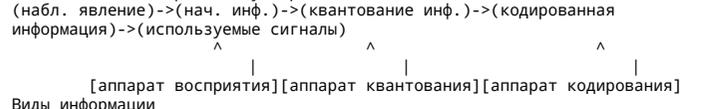


Общие вопросы теории информации и кодирования
 Отображение результатов человеческой деятельности либо изучение внешнего мира несёт в себе информацию. Формализованные виды информации, представленные в виде наборов букв или цифр, называют данными. Данные, полученные от источника информации, называют сообщениями. Сообщения становятся информацией в момент их использования, то есть не каждым данным суждено стать информацией. Информацией становятся те сообщения, которые снимают неопределённость, существующую до их появления. Теория информации занимается изучением количества информации в сообщениях безотносительно их конкретного смысла, потому что процесс формализации и механической передачи информации не предусматривает изменения смысла сообщений. Неопределённость появления того или иного явления, неопределённость нахождения в том или ином состоянии некоторой физической системы или отдельных её элементов, неопределённость появления той или иной буквы в экстовом сообщении можно представить с помощью вероятностных характеристик, символов некоторого абстрактного алфавита и изучать его информационные характеристики безотносительно того физического символа, который скрывается за тем или иным символом. С помощью только абстрактного алфавита в теории информации моделируются все источники информации.

Информация - это все сведения, которые являются объектом хранения, передачи и преобразования. Под информацией необходимо понимать не сами предметы или процессы, а их представление или характеристики в виде чисел, формул, описаний, чертежей, символов и других абстракций. Сама по себе информация может быть отнесена к области абстрактных категорий, однако проявляется она всегда в материально-энергетической форме в виде сигналов. Рассмотрим схему образования сигналов.
 (набл. явление)->(нач. инф.)->(квантование инф.)->(кодированная информация)->(используемые сигналы)



Виды информации
 Существуют различные способы для определения видов информации. При классификации информации по способу её восприятия человеком различают пять её видов:

- 1) визуальная (зрительная) (на неё отводится около 90% от всей информации, которую воспринимает человек;
- 2) аудиальная (слуховая) (~9%);
- 3) обонятельная;
- 4) осязательная (тактильная);
- 5) вкусовая.

По способу представления информации выделяют:

- 1) образно-знаковую информацию;
- 2) сигнальную.

По способам обработки:

- 1) числовая;
- 2) текстовая;
- 3) графическая;
- 4) звуковая.

Относительно систем обработки информации информация может быть входной (такой, которая предоставляется системе как внешние начальные данные), внутренней (которая вырабатывается системой во время обработки входной информации) и выходной (которую системы выдают как результат своей работы).

Если рассматривать информацию как результат интеллектуальной деятельности человека, то можно выделить информацию личную, общественную и общечеловеческую.

По области применения различают учебную, научно-техническую, общественно-политическую, художественно-эстетическую и остальные виды информации.

По сфере распространения информация бывает массовой, с ограниченным доступом и открытой.

Информация с ограниченным доступом подразделяется на конфиденциальную и тайную.

Свойства информации

Для того, чтобы информация помогла человеку принимать правильные решения, а автоматическому устройству - правильно функционировать, необходимо, чтобы информация была объективной, достоверной, полной, своевременной, полезной и понятной. Объективность информации состоит в том, что она отображает внешний мир, существующий независимо от нас. Достоверной называют информацию, которая соответствует реальности. Если информация объективная, то она является и достоверной. Информация называется полной, если её достаточно для понимания ситуаций и принятия решений. Своевременность информации означает, что она является именно

той, которая необходима на текущий момент. Полезность информации определяется с учётом тех задач, которые можно решить с её помощью. Обычно вместе с полезной поступает бесполезная информация, называемая шумом. Информация является понятной, если она сформулирована чётко и не допускает различных толкований.

Общие информационные процессы
 К общим информационным процессам относятся сбор, обработка, накопление, хранение, поиск и передача информации.

Сбор информации - это совокупность мероприятий, целью которых является получение информации, необходимой для принятия решения относительно действия (ситуации). Основными методами сбора информации являются наблюдение, измерение, эксперимент, опрос, анкетирование, тестирование. Наблюдение означает регистрацию поведения объекта или явления без вмешательства в происходящие в нём процессы. В основном полученная информация носит описательный характер (является качественной).

Измерения - это регистрация измерительных приборов, которые предоставляют объективные качественные данные о характеристиках объекта либо явления.

Суть эксперимента заключается в осуществлении целенаправленных воздействий на объект или явление и изучении его реакции на эти воздействия. Эксперимент может проводиться на реальных объектах либо на их физических моделях.

При проведении могут не участвовать приборы. Есть качественная или количественная характеристика.

Опрос - получение информации в форме ответов на вопросы, сформулированные заранее либо в процессе собеседования. Анкетирование предусматривает целенаправленный сбор данных по специально разработанному перечню вопросов, одинакового для каждого из участников анкетирования.

Тестирование опирается на заранее разработанную цепочку вопросов, однако предусматривает для каждого из них возможные варианты ответов и сравнение предложенных ответов с ожидаемыми.

Тестирование направлено на получение информации, направленной на осуществление контролируемых функций.

Виды тестов: 1) один из многих; 2) соответствие.

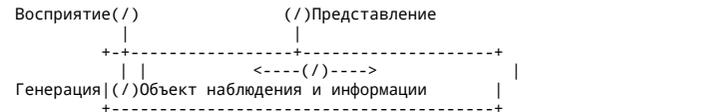
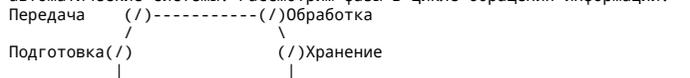
Обработка информации - это совокупность целенаправленных действий над полученной информацией с целью получения новой информации либо дальнейшего развития существующей; собранная из разных источников информация изучается, сравнивается, оценивается, анализируется, и на этой основе получается новая информация. Относительно процесса обработки информации человеком либо техническим устройством различают первичную информацию, которая поступает до начала процесса обработки, и вторичную информацию, которая является результатом этого процесса.

Обработка информации обычно состоит из следующих этапов:

- 1) фильтрация информации: отсеивание лишних данных;
 - 2) формализация: представление информации в определённой форме, пригодной для обработки. Форма информации предназначена для использования (обработка, хранение, пересылка, интерпретация) пользователями, прикладными процессами либо техническими устройствами - такая информация называется данными;
 - 3) структурирование: состоит в специальной организации данных для удобства их обработки;
 - 4) обработка: может осуществляться путём логического восприятия информации либо путём выполнения определённой последовательности действий над данными для получения требуемого результата - алгоритма;
 - 5) преобразование информации в такой форме представления, которая удобна для её восприятия либо дальнейшего использования.
- Накопление информации - это её подготовка для дальнейшего использования. Обычно информация не используется сразу же, когда она получена. Процесс накопления информации предусматривает выполнение следующих операций: сортировка, группировка, систематизация.

Хранение информации - комплекс действий, целью которых является защита накопленной информации от потери, порчи или искажения. Причинами искажения информации могут быть сбои аппаратуры, несовершенство технических устройств либо злоумышленное проникновение в компьютерную систему.

Фазы обращения информации с целью управления объектом
 В зависимости от того, служит ли результат, получаемый в результате преобразования информации для управления самим же объектом или для управления другим объектом, различают замкнутую и разомкнутую автоматические системы. Рассмотрим фазы в цикле обращения информации.



Восприятие состоит в том, что формируется начальная информация или образ объекта, производится его распознавание и оценка. На этом же этапе полезная информация отделяется от шумов.

В фазу подготовки могут включаться операции по нормализации информации, её квантованию, кодированию и построению моделей. Передача информации состоит в её переносе на расстояние с помощью сигнала разной физической природы соответственно по механическому, акустическим, оптическим, электрическим и другим каналам.

Обработка информации заключается в решении задач, связанных с преобразованием информации независимо от её функционального назначения. Хранение информации может являться промежуточным этапом при её обработке.

Представление информации необходимо тогда, когда в цикле обращения информации принимает участие человек.

Воздействие заключается в том, что сигналы, несущие информацию, выполняют регулирующие либо защитные действия, вызывая изменения в некотором объекте.

Сигналы и их характеристики

Информация всегда представляется в виде сообщений. Сообщения передаются с помощью сигналов, имеющих определённые физические характеристики. В общем виде сигнал может являть любое изменение начального состояния объекта, которое способно вызвать реакцию устройства либо человека. Основными параметрами, характеризующими сигнал, являются: 1) продолжительность (длительность) сигнала: Тс; 2) ширина частотного спектра (Fc); 3) средняя мощность сигнала (Pс); 4) обобщённая характеристика (Vс). Для надёжной передачи сигнала необходимо рассматривать взаимосвязь этих характеристик, так как они могут дополнять одна другую и компенсировать недостаток одной избытком другой. Продолжительность сигнала (Тс) - это характеристика, которая показывает время нахождения сигнала в канале связи.

Частотный спектр сигнала (Fc) - это характеристика, которая показывает ширину полосы частот, при которой сигнал передаётся по данному каналу связи. Практически любой реальный сигнал имеет некоторый спектр частот. Средняя мощность сигнала (Pс) - это характеристика, которая показывает мощность, которую обеспечивает сигналу передающая аппаратура и аппаратура восстановления сигнала в случае прохождения его по каналу связи. На практике в качестве характеристики сигнала часто берут отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи и называют это динамическим диапазоном: $Dc = \log(Pc/Pn)$.

Объём сигнала (Vс) - это сборная характеристика, которая показывает условия которые должен обеспечивать канал связи для качественной передачи сигнала. Этот объём вычисляется и для канала, и для сигнала.

$$Vc = Tc * Fc * Dc$$

$$Vk = Tk * Fk * Dk$$

$$Vc \leq Vk \text{ !}$$

Тк - это время работы канала связи, Fk - допустимый диапазон частот, Dk - динамический диапазон уровней сигналов, который способен обеспечивать данный канал связи.

При отсутствии компенсации: $\{Tc \leq Tk \text{ Fc} \leq Fk \text{ Dc} \leq Dk\}$

Измерение информации

Наиболее важным вопросом в теории информации является установление меры, количества и качества информации. Информационные способы соответствуют трём основным направлениям в теории информации: структурному, статистическому и семантическому.

Структурная теория используется для оценки возможностей аппаратуры информационных систем (каналов связи, регистрирующего и запоминающего оборудования вне зависимости от условий их использования).

Статистическая теория даёт оценки информационных систем для конкретного применения, например, при передаче системой связи информации с определёнными статистическими характеристиками.

Семантическая теория рассматривает целесообразность, ценность, полезность или сущность информации.

Структурные меры информации

При использовании структурных мер учитывается только дискретное строение информационного комплекса: количество информационных элементов, связи между ними и комбинации из этих элементов. В структурной теории выделяют геометрическую, комбинаторную и аддитивную меры информации. Наиболее распространение получила двоичная аддитивная мера, т. н. мера Хартли, которая измеряет количество информации в двоичных единицах (битах). Геометрическая мера информации

Геометрический метод измерения информации основан на измерении длины линий, площади либо объёма геометрической модели данного информационного сообщения. Это измерение проводится в некоторых дискретных единицах (квантах) информации. Геометрическим методом определяется потенциально максимально возможное количество информации в заданных структурных габаритах. Это количество информации называется информационной ёмкостью. Для графического представления геометрического метода изображаем информацию в системе координат XYZ с дискретными отсчётами Lx, Ly, Lz. В этом случае непрерывные координаты распадаются на кванты $m_x=X/L_x$, $m_y=Y/L_y$, $m_z=Z/L_z$. Тогда количество информации в квантах в комплексе XYZ, определяемое геометрическим методом, равняется $M=m_x*m_y*m_z$. Может иметь место неравномерная по осям и нестационарная (изменяемая во времени) дискретизация.

$L_x=const$ $L_y=const$ $L_z=const$
 $-+ -+ -+ -+ >x$
 1 2 3 4
 $L_x/=L_y/=L_z$

Комбинаторная мера информации
 Комбинаторную меру целесообразно использовать тогда, когда необходимо оценить возможность передачи информации с помощью разных комбинаций информационных элементов. Количество информации в комбинаторной мере вычисляется как количество комбинаций элементов. Комбинации из n элементов по m различаются составом элементов. Их возможное количество составляет $C^m_{mnp} = n! / (m! * (n-m)!)$. Комбинации с повторениями также различаются составом элементов, однако элементы в них могут повторяться до m раз. Количество разных комбинаций с повторениями из n элементов по m составляет $C^m_{mnp} = (n+m-1)! / (m! * (n-1)!)$. Перестановки n элементов различаются их порядком. Число возможных перестановок составляет $P_n = n!$. Перестановка с повторениями элементов, при которой один из элементов повторяется (alpha) раз, другой - (beta), и наконец, последний - (gamma) раз, характеризуется числом $P_{n-p} = ((alpha) + (beta) + ... + (gamma))! / ((alpha)! * (beta)! * ... * (gamma)!)$. Размещения из n элементов по m различаются и составом элементов, и их порядком. Возможное число размещений из n элементов по m составляет $A^m_{mnp} = n! / ((n-m)!)$. Возможное число размещений с повторениями по m из n элементов составляет $A^m_{mnp} = n^m$. Определение количества информации при комбинаторном методе состоит в определении количества возможных либо действительно существующих комбинаций, то есть в структурном разнообразии.

Аддитивная мера информации (мера Хартли)

$+ + + + - + + + = +$
 $/ - + + - + + - / |$
 $/ - + + - + + - / | +$
 $/ - + + - + + - / | +$
 $/ - + + - + + - / | + >$
 $+ + + + + + + + / h$
 $| < - - - - - - - - > | <$
 L

Введём понятие глубины h и длины L для некоторого числа. Для этого рассмотрим L-разрядное число в произвольной системе счисления с основой N. Глубиной числа N называется количество разных элементов (символов) алфавита, в котором представлено данное число. Глубина числа соответствует основанию системы счисления и кодирования. При глубине h и длине L всего можно представить $Q = h^L$ различных состояний, где Q - информационная ёмкость, которая экспоненциально зависит от длины числа L.

В рамках данного подхода приведём возможные конструкции подобных систем: роликовый счётчик с L роликами и h цифрами на ободке каждого ролика; комбинированный коммутатор с L переключателями, каждый из которых переключает h цепей; запоминающее устройство с L ячейками, каждое ёмкость h единиц; изображение, состоящее из L дискретных элементов, где каждый элемент изображения характеризуется h градациями цвета и тона. На практике значение Q не является удобной мерой для оценки информационной ёмкости. поэтому Хартли ввёл аддитивную (двоичную) логарифмическую меру, позволяющую вычислять количество информации в двоичных единицах (битах). $I = \log_2 Q = \log_2 h^L = L * \log_2 h$ (бит). Аддитивная мера удобна тем, что количество информации пропорционально длине числа L.

При $L=1$ $I=1$ бит
 $I = \log_2(10)Q$ (дит)

При наличии нескольких независимых источников информации общее количество информации, которое можно получить от всех источников, равняется суммам информации по каждому источнику
 $I(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = I(Q_1) + I(Q_2) + \dots + I(Q_n)$.

Статистическая мера информации

При вероятностном подходе информация рассматривается как сообщение о результате случайных событий, реализации случайных величин либо функций,

а количество информации ставится в зависимость от априорных вероятностей этих событий.

Случайное событие - это событие, которое может произойти или не произойти в результате эксперимента.

Если при n-кратном повторении некоторого эксперимента относительное число повторения i-го события при увеличении общего числа экспериментов n приближается к некоторой границе, то говорят, что результат данного эксперимента статистически устойчивый. $P_{vi} = \lim_{N \rightarrow \infty} (n_{vi}/N)$. P_{vi} - вероятность события.

Если все возможные варианты событий представляют собой взаимоисключающий набор, то сумма вероятностей событий равняется $P_{v1} + P_{v2} + \dots + P_{vi} + \dots + P_{vk} = 1$

Понятие энтропии

Неопределённость ситуации характеризуется величиной, которая называется энтропией. Ранее количество информации рассматривалось как функция от вероятности появления случайного события. $I = F(P_{vi}) = F(n_{vi}/N)$ С учётом меры Хартли получаем: $I_{vi} = -\log P_{vi}$

Рассмотрим полную группу событий, для которой введём следующее обозначение: пускай N - это количество всех возможных результатов эксперимента (опыта), из них k разных, i - результат, который вносит информацию n_{vi} раз в N_{vi} . Тогда среднее количество информации, которое получается при одном исследовании (опыте), определяется по формуле:
 $I_v(\text{ср.}) = (n_{v1}I_{v1} + n_{v2}I_{v2} + \dots + n_{vk}I_{vk})/N = (n_{v1}(-\log P_{v1}) + n_{v2}(-\log P_{v2}) + \dots + n_{vk}(-\log P_{vk}))/N = (n_{v1}/N)*(-\log P_{v1}) + (n_{v2}/N)*(-\log P_{v2}) + \dots + (n_{vk}/N)*(-\log P_{vk})$

$I_v(\text{ср.}) = -(\text{SIGMA})^{k}_{i=1} P_{vi} \log P_{vi} = H$

Полученное значение было названо энтропией, впервые ввёл это определение Шеннон и стал обозначать её буквой H.

Энтропия - это среднее значение неопределённости отдельных результатов. Свойства энтропии:

- 1) энтропия всегда неотрицательна; энтропия равна нулю в том случае, когда события в системе полностью определены: $P_{v1}=1$ $P_{v2}=P_{v3}=0$
- 2) при заданном k (количество разных исходов) максимальная энтропия $H_v(\text{max}) = \log k$ только при условии $P_{v1}=P_{v2}=\dots=P_{vk}=1/k$ В этом случае энтропия полностью совпадает с мерой Хартли, что свидетельствует о полном использовании информационной ёмкости системы;
- 3) значение функции энтропии $H(P_{v1}, P_{v2}, \dots, P_{vk})$ не зависит от перестановки вероятностей P_{vi} , то есть энтропия не учитывает смысла событий;
- 4) функция энтропии $H(P_{v1}, P_{v2}, \dots, P_{vk})$ непрерывна;
- 5) функция энтропии удовлетворяет следующему равенству:
 $H(P_{v1}, P_{v2}, \dots, P_{vk}) = H(P_{v1} + P_{v2}, P_{v3}, \dots, P_{vk}) + P_{v1} + P_{v2} * H(P_{v1}/(P_{v1} + P_{v2}) - P_{v2}/(P_{v1} + P_{v2}))$
- 6) функция энтропии растёт с увеличением числа k;
- 7) если имеются две независимые системы A и B, то совместная энтропия этих систем $H(AB) = H(A) + H(B)$

Рассмотрим два различных исследования для диагностики одного и того же заболевания. Первое исследование даёт правильный результат о состоянии пациента с вероятностью 0.5, а другое - с вероятностью 0.8. Определить, какое медицинское исследование имеет большую неопределённость?

Иссл.	Прав.	Неправ.
Вероятн. для A	0,5	0,5
Вероятн. для B	0,8	0,2
$H(A) = -P_v(AvП) \log P_v(AvП) - P_v(AvH) \log P_v(AvH) = -0.5 \log 0.5 - 0.5 \log 0.5 = 1$ (бит)		
$H(B) = -P_v(BvП) \log P_v(BvП) - P_v(BvH) \log P_v(BvH) = -0.8 \log 0.8 - 0.2 \log 0.2 = 0.72$ (бит)		

Чему равняется энтропия системы, состоящей из 4-х элементов, каждый из которых может с равной вероятностью находиться в трёх состояниях?

$k=4$, $n=3$
 1) $H = \log_2 3^4 = 4 * \log_2 3 = 6,32$ бит/сост.

Канальная матрица со стороны приёмника выглядит следующим образом:

	Bv1	Bv2	...	Bv1
Av1	Pv(Bv1)(Av1)	Pv(Bv2)(Av1)	...	Pv(Bv1)(Av1)
Av2	Pv(Bv1)(Av2)	Pv(Bv2)(Av2)	...	Pv(Bv1)(Av2)
...
Avk	Pv(Bv1)(Avk)	Pv(Bv2)(Avk)	...	Pv(Bv1)(Avk)

Вероятности правильного приёма символов в обеих матрицах расположены по главной диагонали. Вероятности во всех остальных ячейках соответствуют ошибкам (искажениям). В идеальном случае (при отсутствии помех) на главной диагонали располагаются единицы.

Свойства канальных матриц:

- 1) в большинстве случаев канальные матрицы являются квадратными;
- 2) максимальные вероятности лежат на главной диагонали;
- 3) вероятности уменьшаются по мере удаления от главной диагонали;
- 4) сумма вероятностей в строке соответствует единице для канальной матрицы со стороны источника, сумма вероятностей в столбце соответствует единице для канальной матрицы со стороны приёмника.

PvA(B)=	0,2	0,7	0,1	(SIGMA)
	0,2	0,3	0,5	(SIGMA)

Свойства условной энтропии:

- 1) общая условная энтропия $H_v(\alpha)(\beta)$ всегда ≥ 0 ;
- 2) если вероятности $P(A_i) = 0, i=1..k$, то $H_v(\alpha)(\beta) = 0$ только в том случае, если $H_v(A_1)(\beta) = H_v(A_2)(\beta) = \dots = H_v(A_k)(\beta) = 0$, то есть в том случае, когда при любом результате (α) значение (β) является полностью определённым. При этом если рассмотреть источник и приёмника как единое целое, то $H((\alpha)(\beta)) = H((\alpha))$. На практике это соответствует каналу без шума;
- 3) если (α) и (β) независимы, то имеет место следующее равенство: $H_v(A_1)(\beta) = H_v(A_2)(\beta) = \dots = H_v(A_k)(\beta)$; $H((\beta)) = H((\beta)) \Rightarrow H_v(\alpha)(\beta) = H((\beta)) \Rightarrow H((\alpha)(\beta)) = H((\alpha)) + H((\beta))$;
- 4) событие (α) может только уменьшить (либо не изменить) неопределённости (β) : $H((\beta)) - H((\alpha)) \leq H_v(\alpha)(\beta)$ $H((\beta)) \leq H((\beta))$.

Информационные характеристика канала связи можно использовать для улучшения характеристик передаваемых сообщений путём двойного упорядочивания: 1) определяем затраты (потери) на одно кодовое слово и упорядочиваем их по уменьшению потерь; 2) упорядочиваем первичный алфавит по уменьшению вероятностей и далее присваиваем кодовым словам символы первичного алфавита.

Энтропия объединения событий (α) и (β) обладает свойством симметрии.

$$H((\alpha)(\beta)) = H((\beta)(\alpha))$$

$$H((\alpha)(\beta)) = H((\alpha)) + H_v(\alpha)(\beta) = H((\beta)) + H_v(\beta)(\alpha)$$

$$H_v(\alpha)(\beta) = H((\alpha)(\beta)) - H((\alpha))$$

$$H_v(\beta)(\alpha) = H((\alpha)(\beta)) - H((\beta))$$

Сообщения на выходе источника генерируются путём комбинации частот Av1, Av2, Av3. Статистические испытания канала связи при прохождении этих частот дали результаты, представленные следующей канальной матрицей:

0,98	0,01	0,01
0,1	0,75	0,15
0,2	0,3	0,5

Определить неопределённость прохождения частоты Av2 по данному каналу связи. Определить общую условную энтропию данного канала связи, если вероятности появления частот на выходе источника сообщений составляют 0,7, 0,2 и 0,1.

$$H_v(a_2)(B) = -(0,1 \log_2 0,1 + 0,75 \log_2 0,75 + 0,15 \log_2 0,15) = 1,054 \text{ бит/симв.}$$

$$P(av_1) = 0,7$$

$$P(av_2) = 0,2$$

$$P(av_3) = 0,1$$

$$H_v(A) = -(SIGMA)vi(SIGMA)vjP(avi)Pv(avi)(bvj) \log_2 Pv(avi)(bvj) = -[0,7 * (0,98 \log_2 0,98 + 2 * (0,01 \log_2 0,01) + 0,2 * (0,1 \log_2 0,1 + 0,75 \log_2 0,75 + 0,15 \log_2 0,15) + 0,1 * (0,2 \log_2 0,2 + 0,3 \log_2 0,3 + 0,5 \log_2 0,5)] = 0,465 \text{ бит/симв.}$$

Для данной задачи вычислить полную условную энтропию при равновероятном появлении символов в сообщениях.

Энтропия и информация

Любое принятое сообщение должно уменьшить неопределённость приёмника относительно источника. С этой точки зрения количество информации можно выразить как разность между априорной и апостериорной энтропиями.

$$I = H_v(\text{апр.}) - H_v(\text{апостер.})$$

Если в результате эксперимента полностью снимается неопределённость системы $(H_v(\text{апостер.}) = 0)$, то $I = H_v(\text{апр.})$.

Для произвольного канала связи количество информации можно выразить следующим образом: $I = H((\alpha)) - H_v(\beta)((\alpha))$, где (α) - неопределённость приёмника.

Свойства информации:

- 1) информация имеет свойство симметрии: $I((\alpha)(\beta)) = I((\beta)(\alpha)) = H((\beta)) - H_v(\alpha)((\beta)) = H((\alpha)) - H_v(\beta)((\alpha))$;
- 2) максимальное количество информации, которое соответствует $H((\alpha))$, получается при $H_v(\beta)((\alpha)) = 0$, то есть (β) полностью определяет (α) и имеет канал без помех; минимальное количество информации, которое соответствует 0, получаем при $H((\alpha)) = H_v(\beta)((\alpha))$, то есть $H((\alpha))$ и $H((\beta))$ независимы между собой;
- 3) если имеем систему связанных между собой событий (α) , (β) , (γ) и т. д., то имеет место следующее неравенство: $H((\alpha)) = I((\alpha), (\alpha)) \geq I((\beta), (\alpha)) \geq I((\gamma), (\alpha)) \geq \dots \geq I((\delta), (\alpha))$;
- 4) количество информации можно определять как со стороны источника, так и со стороны приёмника.

Пример: имеется канал связи, описанный следующей канальной матрицей:

	bv1	bv2	bv3	
av1	0,98	0,01	0,01	
PvA(B)=av2	0,1	0,75	0,15	
	av3	0,2	0,3	0,5

Вычислить среднее количество информации, которое переносится одним символом сообщения, если вероятности появления символов источника сообщений составляют: $P(av_1) = 0,7$, $P(av_2) = 0,2$, $P(av_3) = 0,1$. Чему соответствуют информационные потери при передаче сообщения из 400 символов алфавита av1, av2, av3? Чему равно количество принятой информации?

$$1) H(A) = -(SIGMA)v(i=1)^k p(avi) \log_2 P(avi) = -(0,7 \log_2 0,7 + 0,2 \log_2 0,2 + 0,1 \log_2 0,1) = 0,3602 + 0,4644 + 0,3322 = 1,1568 \text{ бит/симв.}$$

$$2) \text{ вычисляем общую (полную) условную энтропию: } H_v(A) = -(SIGMA)v(i=1)^k (SIGMA)v(j=1)^k p(avi) p(vj) \log_2 p(vj) = -[0,7(0,98 \log_2 0,98 + 2 * (0,01 \log_2 0,01) + 0,2(0,75 \log_2 0,75 + 0,1 \log_2 0,1 + 0,15 \log_2 0,15) + 0,1(0,2 \log_2 0,2 + 0,3 \log_2 0,3 + 0,5 \log_2 0,5) = 0,465 \text{ бит/симв.}$$

$$3) \text{ потери в канале связи } LVI = m * H_v(A) = 400 * 0,465 = 186 \text{ бит}$$

$$4) \text{ энтропия приёмника } H(B) = -(SIGMA)v(j=1)^k p(bvj) \log_2 p(bvj)$$

$$p(bv_1) = (SIGMA)vi p(avi) p(vi)(bv_1) = p(av_1) p(v_1)(bv_1) + p(av_2) p(v_2)(bv_1) + p(av_3) p(v_3)(bv_1) = 0,7 * 0,98 + 0,2 * 0,1 + 0,1 * 0,2 = 0,726$$

$$p(bv_2) = 0,7 * 0,01 + 0,2 * 0,75 + 0,1 * 0,3 = 0,137$$

$$p(bv_3) = 0,7 * 0,01 + 0,2 * 0,15 + 0,1 * 0,5 = 0,087$$

$$H(B) = -(0,726 \log_2 0,726 + 0,137 \log_2 0,137 + 0,087 \log_2 0,087) = 1,095 \text{ бит/симв.}$$

$$I(A, B) = m[H(B) - H_v(A)(B)] = 252 \text{ бит}$$

Энтропия объединения

Энтропия объединения используется для вычисления энтропии совместного появления статистически зависимых сообщений либо энтропии взаимозависимых систем. Например, при передаче по каналу связи с шумами цифры 5 из 100 раз цифра 5 была принята 90 раз, а остальные разы - цифра 6 и цифра 4. Неопределённость возникновения комбинаций вида 5-4, 5-5 и 5-6 при передаче цифры 5 может быть описана с помощью энтропии объединения $H(A, B)$.

Взаимосвязь переданных и принятых сигналов описывается вероятностями совместных событий $P(A, B)$. Если системы A и B имеют перечень состояний или, иначе говоря, источник и приёмник имеют алфавиты некоторой мощности, то эти вероятности сводятся в матрицу следующим образом:

	P(av1,bv1)	P(av1,bv2)	...	P(av1,bvm)
P(A,B)=	P(av2,bv1)	P(av2,bv2)	...	P(av2,bvm)

	P(avn,bv1)	P(avn,bv2)	...	P(avn,bvm)

Если матрица описывает канал связи, то $m=n$, то есть матрица квадратная. Вне зависимости от того, квадратная матрица или прямоугольная, эта матрица имеет следующие свойства:

- 1) $(SIGMA)viP(avi,bvj) = P(bvj)$;
- 2) $(SIGMA)vjP(avi,bvj) = P(avi)$;
- 3) $(SIGMA)viP(avi) = (SIGMA)vjP(bvj) = 1$.

$$H(A) = -(SIGMA)vi(SIGMA)vjP(avi,bvj) \log_2 (SIGMA)vjP(avi,bvj)$$

$$H(B) = -(SIGMA)vi(SIGMA)vjP(avi,bvj) \log_2 (SIGMA)viP(avi,bvj)$$

Условные вероятности с использованием матрицы объединения находят

следующим образом: $Pv(avi)(bvj) = P(avi,bvj) / ((SIGMA)vjP(avi,bvj)) = P(avi,bvj) / P(avi)$

$$Pv(bvj)(avi) = P(bvj,avi) / ((SIGMA)viP(avi,bvj)) = P(bvj,avi) / P(bvj)$$

$$P(A, B) = 0,1 \ 0,1 \ 0$$

$$P(A, B) = 0,2 \ 0,1$$

$$0 \ 0,2 \ 0,3$$

$$P(av_1) = 0,2 \ P(av_2) = 0,3 \ P(av_3) = 0,5 \ P(bv_1) = 0,1 \ P(bv_2) = 0,5 \ P(bv_3) = 0,4$$

$$0,1 \ 0,1 \ 0$$

$$0,2 \ 0,2 \ 0,2$$

$$0 \ 0,2 \ 0,1$$

$$PvA(B) = 0,3 \ 0,3 \ 0,3$$

$$0 \ 0,2 \ 0,3$$

$$0,5 \ 0,5 \ 0,5$$

$$0,1 \ 0,1 \ 0$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0 \ 0,2 \ 0,1$$

$$PvB(A) = 0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0 \ 0,2 \ 0,3$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0 \ 0,2 \ 0,3$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

$$0,1 \ 0,5 \ 0,4$$

Избыточность информации
Из свойств информации имеем:
1) наибольшее количество информации получается тогда, когда полностью снимается неопределённость некоторого события;
2) неопределённость будет наибольшей при равной вероятности состояний системы.
 $H = -\log_2 P = \log_2 2^k$, где k - количество состояний системы. Эта величина соответствует максимально возможному количеству информации. Вводим два понятия избыточности. $Dv(\text{абс.}) = H_v(\text{max}) - H$; $Dv(\text{отн.}) = (H_v(\text{max}) - H) / H_v(\text{max}) = 1 - H / H_v(\text{max})$